Beispiel zur Determinisierung

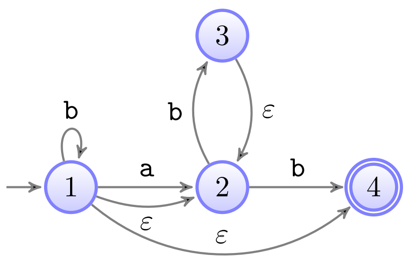
3.0 VU Formale Modellierung

Gernot Salzer

21.November 2016

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{A}$ der folgende Automat:



Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens einen deterministischen Automaten $\mathcal{A}'$, der äquivalent zu $\mathcal{A}$ ist.
Hinweis: Beginnen Sie mit einer Tabelle für die Werte $\delta^*(q, s)$, wobei $q \in \{1, 2, 3, 4\}$ und $s \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ gilt. Beachten Sie, dass man etwa vom Zustand 3 mit dem Symbol `b` in einem oder mehreren Schritten (wir berechnen ja δ^*) nicht nur in den Zustand 4, sondern auch zurück in den Zustand 3 und anschließend über die ε-Kante nach 2 gelangen kann, d.h., $\delta^*(3, \mathtt{b}) = \{2, 3, 4\}$.

Lösung

Wir konstruieren als Zwischenschritt eine Tabelle mit den Werten von $\delta^*(q, s)$ für alle Zustände q und alle Symbole s. ε-Übergänge werden dadurch berücksichtigt, dass vor und nach einem Symbol beliebig viele Leerwörter auftreten können. Etwa sind vom Zustand 1 aus alle Zustände mit dem Symbol `b` erreichbar (d.h., $\delta^*(1, \mathtt{b}) = \{1, 2, 3, 4\}$), obwohl der einzige `b`-Übergang bei 1 nur nach 1 führt:

$$
\begin{array}{l}
1 \xrightarrow{\mathtt{b}} 1 \\
1 \xrightarrow{\mathtt{b}} 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \quad \text{oder} \quad 1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\mathtt{b}} 3 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \\
1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\mathtt{b}} 3 \\
1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\mathtt{b}} 4
\end{array}
$$

Aus der Tabelle für $\delta^*(q,s)$ ergibt sich jene für die Übergangsfunktion $\hat{\delta}$ des deterministischen Automaten durch Vereinigung der entsprechenden Zeilen.

δ^*	a	b
1	$\{2\}$	$\{1,2,3,4\}$
2	$\{\}$	$\{2,3,4\}$
3	$\{\}$	$\{2,3,4\}$
4	$\{\}$	$\{\}$

$\hat{\delta}$	a	b
$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1,2,3,4\}$
$\{2\}$	$\{\}$	$\{2,3,4\}$
$\{1,2,3,4\}$	$\{2\}$	$\{1,2,3,4\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
$\{2,3,4\}$	$\{\}$	$\{2,3,4\}$

Startzustand des deterministischen Automaten ist $\{1\}$, Endzustände sind alle Zustände, die den ursprünglichen Endzustand 4 enthalten. Außerdem kann man vom Startzustand aus mit dem Leerwort einen Endzustand erreichen, da $\delta^*(1,\varepsilon)=4$ gilt, daher ist auch der Startzustand ein Endzustand. Der gesuchte deterministische Automat ist somit gegeben durch

$$\mathcal{A}' = \langle\ \{\{\},\{1\},\{2\},\{2,3,4\},\{1,2,3,4\}\},\ \{\mathtt{a},\mathtt{b}\},\ \hat{\delta},\ \{1\},\ \{\{1\},\{2,3,4\},\{1,2,3,4\}\}\ \rangle\ .$$

In graphischer Darstellung sieht der deterministische Automat wie folgt aus.