

2. Übungsblatt

3.0 VU Formale Modellierung SS2021

Marion Scholz, Gernot Salzer

28. Mai 2021

Allgemeines

Dieses Übungsblatt enthält Aufgaben zu regulären Ausdrücken, zu kontextfreien Grammatiken, zur Prädikatenlogik und zu Petri-Netzen. Bitte beachten Sie:

- Geben Sie Ihre Lösung als **ein einziges Pdf-Dokument (max. 5 MB)** in TUWEL ab, erstellt entweder mit einem Textverarbeitungsprogramm oder mit einem Scanner aus leserlichen handschriftlichen Unterlagen. (Bitte keine Fotos; das Resultat ist weder gut leserlich noch kommen Sie mit den 5 MB aus.)
- Die **Abgabefrist** ist Mittwoch, 06. Juni 2021, 23:59.
- Gönnen Sie sich eine **Zeitreserve**, d.h., warten Sie nicht bis zum letzten Augenblick mit dem Hochladen der Lösungen. Mögliche Probleme in letzter Sekunde:
 - Wie wandle ich mein Word-Dokument oder meine Zettel in PDF um?
 - Wie bekomme ich alle Seiten in eine einzige PDF-Datei?
 - Das Internet/TUWEL/der Computer funktioniert plötzlich nicht.
 - Eine falsche Datei wird hochgeladen oder die richtige unvollständig.
 - Kopfschmerzen
- Verständigen Sie uns im Falle eines **Notfalls** so rasch wie möglich per E-Mail an fmod21s@logic.at. In der Regel erwarten wir einen Nachweis des Notfalls (etwa ärztliche Bestätigung im Fall einer Erkrankung).
- Lösen Sie die Beispiele selbständig. Wir weisen darauf hin, dass **Plagiate** mit **null Punkten** beurteilt werden. Ein Plagiat entsteht sowohl dann, wenn Sie abschreiben, als auch dann, wenn Sie abschreiben lassen.
- Die Punkte dieses Übungsblattes fließen gemäß Beurteilungsmodus mit dem Faktor 0.1 gewichtet in die Gesamtnote ein.

Aufgaben

Aufgabe 1 (4 Punkte) Sei Σ das Alphabet $\{d, e, n, o, s\}$ und L die Menge aller Wörter über Σ , die entweder mit **sonne** oder **sonde** enden. Beispiele für solche Wörter sind **sonne** und **sonde** selber, aber auch die Wörter **sosonne** und **osonde** liegen in L .

- Geben Sie eine Posix Extended Regular Expression an, die die Sprache L beschreibt.
- Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache L akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.
- Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

Aufgabe 2 (2 Punkte) Geben Sie endliche Automaten an, die dieselben Sprachen beschreiben wie die folgenden regulären Ausdrücke in algebraischer Notation.

- $ab^*b + (ba)^*$
- $(a + cb^*)cc^*$

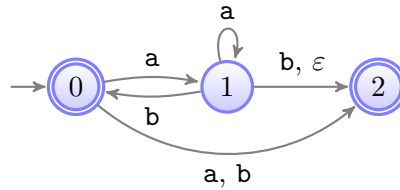
Aufgabe 3 (4 Punkte) Sind folgende Gleichungen für beliebige Sprachen L gültig? Falls ja, begründen Sie warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- $L \cdot \{\} = L \cup \{\varepsilon\}$
- $L \cdot \{\varepsilon\} = L \cup \{\}$
- $\{\varepsilon\} \cdot L^* = L^+$
- $(L \cdot L)^* = L^* \cdot L^*$

Aufgabe 4 (5 Punkte) Seien $\mathcal{A}_1 = \langle Q_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1 \rangle$ und $\mathcal{A}_2 = \langle Q_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2 \rangle$ zwei beliebige deterministische Automaten über demselben Alphabet Σ . Geben Sie eine Methode an, um daraus einen Automaten \mathcal{A} für den Durchschnitt der beiden zugehörigen Sprachen zu konstruieren, d.h., es soll $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$ gelten.

Hinweis: Überlegen Sie sich die Aufgabenstellung zuerst an Hand einfacher konkreter Automaten und verallgemeinern Sie dann Ihre Beobachtungen. Wählen Sie für den neuen Automaten \mathcal{A} Zustände mit der Bezeichnung q_1q_2 , die signalisieren, dass sich der Automat \mathcal{A}_1 momentan im Zustand q_1 und der Automat \mathcal{A}_2 im Zustand q_2 befindet.

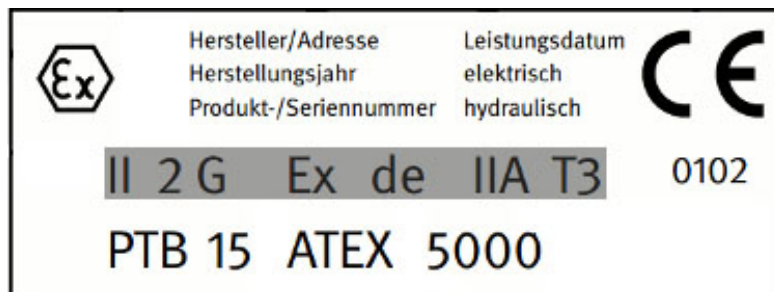
Aufgabe 5 (4 Punkte) Konstruieren Sie zu folgendem endlichen Automaten einen regulären Ausdruck. Orientieren Sie sich am Algorithmus, der in der Vorlesung besprochen wurde und geben Sie den Automaten nach jeder Zustandselimination an.



Aufgabe 6 (3 Punkte) Explosionsgeschützte Geräte und Komponenten müssen nach EG-Richtlinie 94/9/EG auf dem Typenschild mit allen Informationen gekennzeichnet sein, die erforderlich sind, um der Explosionsgefährdung entsprechende Maßnahmen treffen zu können. Die vorletzte Zeile eines solchen Typenschilds ist (vereinfacht) wie folgt aufgebaut, wobei die einzelnen Elementen jeweils durch ein Leerzeichen getrennt sind¹:

- Gerätegruppe: „I“ oder „II“
- Gerätekategorie: Ziffer 1, 2 oder 3 optional gefolgt von „G“ oder „D“
- „Ex“ falls es sich um nicht-elektrische Betriebsmittel handelt; sonst bleibt das Feld leer
- Zündschutzart: ein Kleinbuchstabe optional gefolgt von beliebig vielen Klein- bzw. Großbuchstaben und/oder Ziffern
- Explosionsgruppe: „II“ gefolgt von einem Großbuchstaben
- Temperaturklasse: es gibt die Klassen „T1“ bis „T6“

Die nachfolgende Abbildung zeigt ein solches Typenschild; der für diese Aufgabe relevante Bereich ist grau unterlegt.



Beschreiben Sie den Aufbau derartiger Typenschildzeilen mit den folgenden Methoden. Treffen Sie sinnvolle Annahmen, wenn Ihnen Informationen fehlen.

- Geben Sie einen regulären Ausdruck in algebraischer Notation an.
- Geben Sie einen regulären Ausdruck in POSIX-Notation an, der alle Zeilen beschreibt, die *ausschließlich* eine derartige Typenschild-Zeile enthalten.

¹http://www.bgbau-medien.de/handlungshilfen_gb/daten/dguv/209_046/10.htm#fn1

- (c) Zeichnen Sie das Syntaxdiagramm, das Ihrem regulären Ausdruck aus Teil a entspricht.

Aufgabe 7 (5 Punkte) Gegeben sei die Geisterspuk-Grammatik $G = \langle N, T, P, A \rangle$, wobei

$$\begin{aligned} N &= \{A, B, C, D\} \\ T &= \{\mathbf{h}, \mathbf{sch}, \mathbf{schu}, \mathbf{uhu}, \mathbf{uu}\} \\ P &= \{A \rightarrow \mathbf{sch uhu} A \mid \mathbf{uhu} \mid B, \\ &\quad B \rightarrow \mathbf{h uhu} C, \\ &\quad C \rightarrow \mathbf{uhu} D, \\ &\quad D \rightarrow \mathbf{schu} D \mid \mathbf{uu} \mid A\} \end{aligned}$$

Überprüfen Sie für die nachfolgenden Wörter, ob sie in der von der Geisterspuk-Grammatik G spezifizierten Sprache $\mathcal{L}(G)$ liegen. Falls ja, geben Sie eine Ableitung an. Falls nein, argumentieren Sie, warum nicht, und ändern Sie das Wort möglichst geringfügig ab, sodass es in der Sprache liegt.

- (a) $\mathbf{h uhu uhu schu uu}$
(b) $\mathbf{sch uhu h uhu uhu schu schu sch uhu uhu}$
(c) $\mathbf{sch uhu sch uhu uhu uu}$

Überlegen Sie weiters:

- (d) Wie lautet das kürzeste Wort der Sprache?
(e) Ist es möglich, die Sprache $\mathcal{L}(G)$ auch durch einen endlichen Automaten zu beschreiben? Falls ja, geben Sie einen derartigen Automaten an. Falls nein, begründen Sie, warum das nicht geht.

Aufgabe 8 (5 Punkte) Der Inhalt und die Struktur von Dateiordnern wird wie folgt angegeben.

- Ein Ordner beginnt mit seinem Namen, dem in eckigen Klammern eingeschlossen sein Inhalt folgt.
- Die Namen von Ordnern bestehen ausschließlich aus Klein- und Großbuchstaben, mindesten aber einem.
- Der Inhalt zwischen den eckigen Klammern kann leer sein oder aus einer komma-separierten Liste von Dateinamen oder weiteren Ordnern bestehen.
- Ein Dateiname besteht aus einer Folge von mindestens einem, aber höchstens vier Buchstaben, gefolgt von einem Punkt und einer Dateiendung, die aus zwei oder drei Kleinbuchstaben besteht.

Beispiele:

$H[]$... ein leerer Ordner namens H

$btH[x.yz, hHgG.xxx]$... ein Ordner namens btH mit zwei Dateien $x.yz$ und $hHgG.xxx$

$X[a.aa, Y[Z[]], b.bb], X[c.cc]$... Ordner mit Unterordnern

- (a) Spezifizieren Sie die Sprache \mathcal{D} solcher Dateiodner mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
- (b) Handelt es sich bei \mathcal{D} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Falls ja, skizzieren Sie den Ausdruck in einer der in der Vorlesung behandelten Notationen. Falls nein, begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 9 (5 Punkte) Wählen Sie geeignete Prädikaten- und Konstantensymbole und übersetzen Sie die folgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln.

- (a) Hakan kauft etwas.
- (b) Hakan kauft eine DVD.
- (c) Anna kauft alles das, was Hakan kauft.
- (d) Jeder kauft etwas.
- (e) Jemand kauft alles.

Aufgabe 10 (5 Punkte) Seien *Bekämpft*/2, *Jedi*/1, *Sith*/1 und *Dunkel*/1 Prädikaten-symbole sowie *yoda* ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

$Jedi(x)$... x ist ein Jedi-Ritter	$Bekämpft(x, y)$... x bekämpft y
$Sith(x)$... x ist ein Sith	$yoda$... Yoda
$Dunkel(x)$... x ist dunkel	

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- (a) Es gibt dunkle Sith, die alle Jedi-Ritter bekämpfen.
- (b) Kein Jedi-Ritter bekämpft alle Sith.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Obi-Wan, Yoda, Luke, Anakin, DarthVader, DarthBane, DarthMaul, DarthTyrannus, DarthSidious, Yaddle}\}$$

$$I(\text{Jedi}) = \{\text{Obi-Wan, Yoda, Luke, DarthVader, Yaddle}\}$$

$$I(\text{Sith}) = \{\text{DarthVader, DarthBane, DarthMaul, DarthTyrannus}\}$$

$$I(\text{Dunkel}) = \{\text{DarthBane, DarthVader, Anakin}\}$$

$$I(\text{Bekämpft}) = \{(\text{Obi-Wan, DarthTyrannus}), (\text{Obi-Wan, DarthBane}), (\text{Obi-Wan, DarthMaul}), (\text{Yoda, DarthMaul}), (\text{Yoda, DarthTyrannus}), (\text{Luke, Anakin}), (\text{Luke, DarthTyrannus}), (\text{DarthVader, Luke}), (\text{DarthVader, DarthVader}), (\text{Anakin, Obi-Wan}), (\text{Anakin, Luke}), (\text{Anakin, DarthVader}), (\text{DarthBane, Obi-Wan}), (\text{DarthBane, Luke}), (\text{DarthBane, Yoda}), (\text{DarthSidious, Yaddle})\}$$

$$I(\text{luke}) = \text{Luke}$$

$$I(\text{darthvader}) = \text{DarthVader}$$

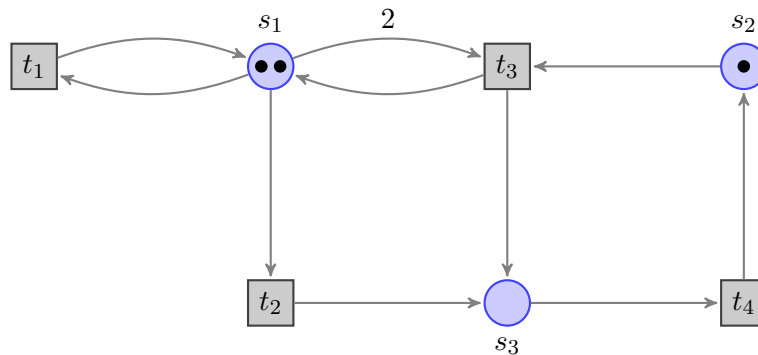
Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

(c) $\exists x (\text{Dunkel}(x) \wedge \text{Sith}(x) \wedge (\text{Bekämpft}(x, \text{luke}) \neq \text{Bekämpft}(x, \text{darthvader})))$

(d) $\forall x \exists y (\text{Jedi}(x) \wedge \text{Sith}(y) \wedge \text{Bekämpft}(x, y))$

(e) $\forall x (\text{Jedi}(x) \supset \exists y (\text{Sith}(y) \wedge \text{Bekämpft}(y, x)))$

Aufgabe 11 (4 Punkte) Gegeben sei das folgende Petri-Netz mit Anfangsmarkierung.



Fassen Sie die Bezeichnungen der Transitionen als Alphabet auf und die Markierungen (also die jeweiligen Belegungen der Stellen mit Marken) als Zustände. Beschreiben Sie die

möglichen Reihenfolgen, in der die Transitionen feuern und die Markierungen auftreten können, mit Hilfe eines endlichen Automaten. Der Automat soll also Wörter wie $t_2t_2t_4$ akzeptieren, weil die Transitionen in dieser Reihenfolge feuern können, nicht aber t_2t_3 .

Aufgabe 12 (4 Punkte) Entwickeln Sie schrittweise ein Petri-Netz für die folgende Problemstellung. Geben Sie den Stellen und Transitionen sinnvolle Bezeichnungen, die ihre Rolle erklären.

- (a) Eine zweispurige Brücke kann in beiden Richtungen von Fahrzeugen befahren werden. Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes, wobei die drei Fahrzeugpositionen vor, auf und nach der Brücke dargestellt werden sollen. Nehmen Sie an, dass die Brücke vier Fahrzeuge in der einen und zwei Fahrzeuge in der anderen Richtung überqueren wollen, die Brücke selber aber leer ist.
- (b) Bei einer Inspektion der Brücke werden bauliche Mängel festgestellt, sodass sich von nun an nur mehr drei Fahrzeuge gleichzeitig auf der Brücke befinden dürfen (insgesamt, unabhängig von der Fahrtrichtung). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz, sodass diese Bedingung eingehalten wird.
- (c) Während der Reparatur ist die Brücke nur einspurig befahrbar. Damit es zu keinen Unfällen bzw. Blockaden kommt, werden auf beiden Seiten Ampeln aufgestellt, die abwechselnd auf grün schalten. Dabei dürfen die Ampeln erst umschalten, wenn die Brücke frei von Fahrzeugen ist. Fahrzeuge fahren nur dann auf die Brücke, wenn ihre Ampel grün zeigt (und sich noch keine drei Fahrzeuge auf der Brücke befinden). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz um diese Ampeln und das beschriebene Verhalten.

Hinweise: Ihr Petri-Netz wird weiterhin zwei „Spuren“ aufweisen, Sie müssen nur sicherstellen, dass sich die Fahrzeuge zu jedem Zeitpunkt nur in eine Richtung bewegen. Für diese Erweiterung benötigen Sie bei einigen Übergängen Gewichte, die größer als 1 sind.
- (d) Nach der vorigen Teilaufgabe sollte Ihr Petri-Netz sicher sein, d.h., es sollte zu keinen Kollisionen auf der Brücke kommen können. Ist es aber auch fair? Was passiert, wenn aus der Richtung, die gerade grün hat, ständig weitere Fahrzeuge nachkommen? Wenn Ihr Petri-Netz trotzdem umschalten kann, sind Sie bereits fertig. Andernfalls erweitern Sie Ihre Ampeln um eine Phase, während der beide rot sind, sodass sich die Brücke leeren und anschließend die andere Richtung zum Zug kommen kann.